Fizyka1A – NS
Wykład #2

Janusz Andrzejewski

Plan

- Wstęp
- Ruch w jednym kierunku (jednowymiarowy)
- Wektory
  - Co to jest?
  - Dozwolone operacje
  - Po co ?
- Ruch – opis wektorowy
  - Względność ruchu
  - Niezależność ruchu
  - Transformacja Galileusza
- Podsumowanie

Nagrody Nobla (wybrane)

- 2012 - Serge Haroche (Francja) i David Wineland (USA) – za badania nad optyką kwantową – komputery kwantowe oraz zegary
- 2010 - Andre Geim i Konstantin Novoselov za odkrycie grafenu - nowej postaci węgla, która jest najcieńszym i najbardziej wytrzymałym znanym materiałem.
- 2007 - Albert Fert oraz Peter Gruenberg zostali nagrodzeni za odkrycie zjawiska gigantycznego magnetooporu (w skrócie GMR) niezależnie od siebie, w 1988 roku. Dzięki ich badaniom możliwa stała się radykalna miniaturyzacja twardych dysków, stosowanych m.in. w laptopach oraz w niektórych odtwarzaczach muzycznych.

Ruch

Ruch – zmiana położenia w czasie

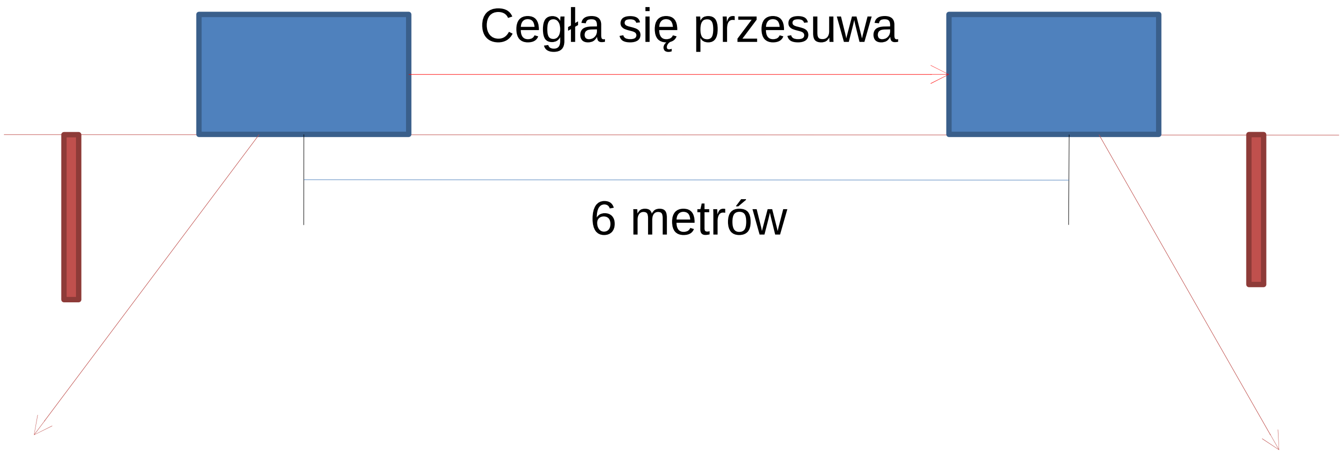
Rodzaje ruchów

- Posuwisty – ruch w którym ciało przesuwa się z jednego punktu w przestrzeni do drugiego
- Rotacyjny (wirowy) – ruch w którym ciało rozciągłe zmienia swoją orientację względem innego ciała (np. obracający się bąk)
- Periodyczny – ruch w którym ciało zmienia cyklicznie swoje położenie w czasie w określonym okresie
- Obrotowy – ruch w którym ciało porusza się po orbicie kołowej wokół innego będącego w spoczynku ciała

Ruch jest względny – bo musimy określić zmianę położenia względem jakiegoś punktu, ciała, układu odniesienia itp..

Przykład

Cegła na stole

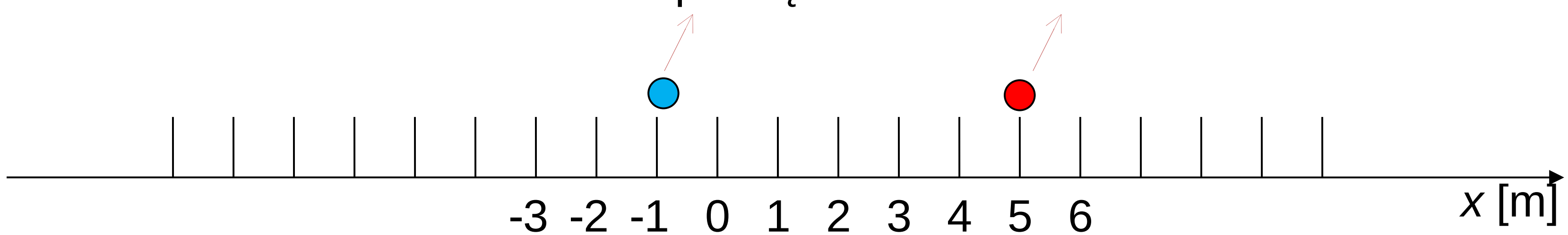


Położenie cegły **PRZED** operacją przesunięcia

Położenie cegły **PO** operacji przesunięcia

Położenie i przemieszczenie

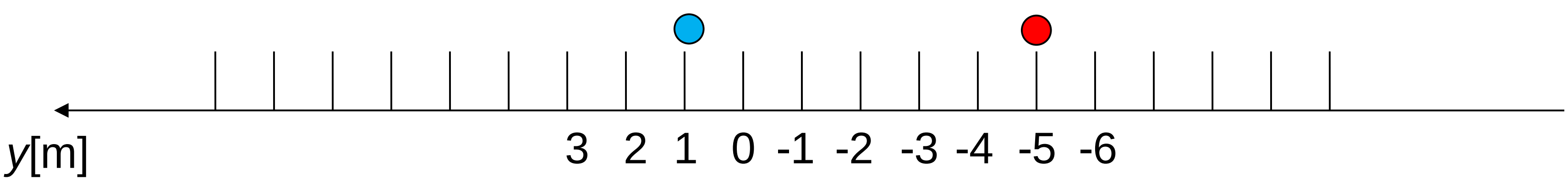
Położenie ciała wyznaczamy względem pewnego punktu odniesienia np. początku osi *x*. Np. x = 5 m



Zmianę położenie ciała od punktu x_1 do punktu x_2 nazywamy przemieszczeniem Δx:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 5m - (-1m) = 6m$$

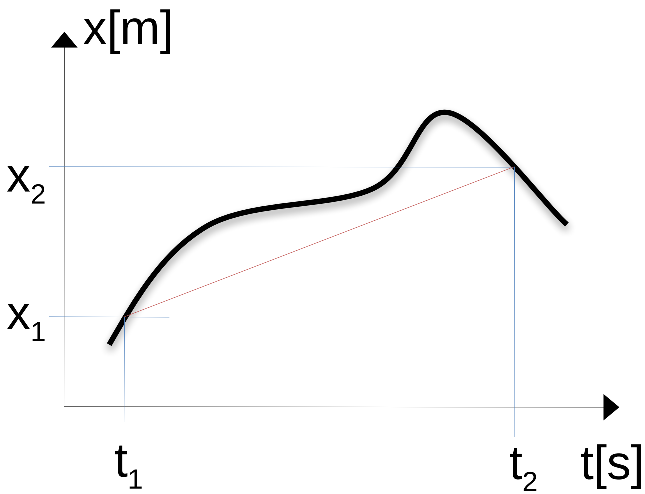
Ta sama sytuacja co wyżej, ale inaczej opisana !!!



$$\Delta y = y_2 - y_1 = -5m - 1m = -6m$$

Przemieszczenie – to zawsze położenie końcowe minus położenie początkowe

Graficzna reprezentacja



$$v_{średnia} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

v – jest to nachylenie prostej przechodzącej przez punkty (x_1, t_1) oraz (x_2, t_2)

v – NIE jest to tangensem kąta nachylenia prostej przechodzącej przez punkty (x_1, t_1) oraz (x_2, t_2) !!! (Dlaczego ?)

Krzywa przedstawiająca zależność położenia ciała od czasu nazywa się **TOREM RUCHU**

Prędkość średnia i chwilowa

Jedną z możliwości opisu ruchu jest podanie średniej prędkości (definicja):

$$v_{śred} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

v_{sr} jest ilorazem przemieszczenia cząstki Δx w pewnym przedziale czasu, do wielkości tego przedziału czasu Δt.

Gdy chcemy znać prędkości cząstki w danej chwili, musimy podać prędkość chwilową (definicja):

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Wyrażenie $\lim_{\Delta t \to 0}$ oznacza, że zmniejszamy przedział czasu do zera

Wyrażenie $\frac{dx}{dt}$ oznacza pochodną x względem t

Przyśpieszenie

Gdy prędkość cząstki się zmienia, doznaje ona przyśpieszenia. Przyśpieszenie średnie (definicja):

$$a_{śred} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Przyśpieszenie średnie, jest to iloraz przyrostu prędkości do czasu w którym ten przyrost nastąpił.

Sens fizyczny:
Prędkość – określa jak zmienia się położenie ciała
Przyśpieszenie – określa jak zmienia się prędkość ciała

Przyśpieszenie chwilowe

Przyśpieszenie chwilowe:

$$a=\frac{dv}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

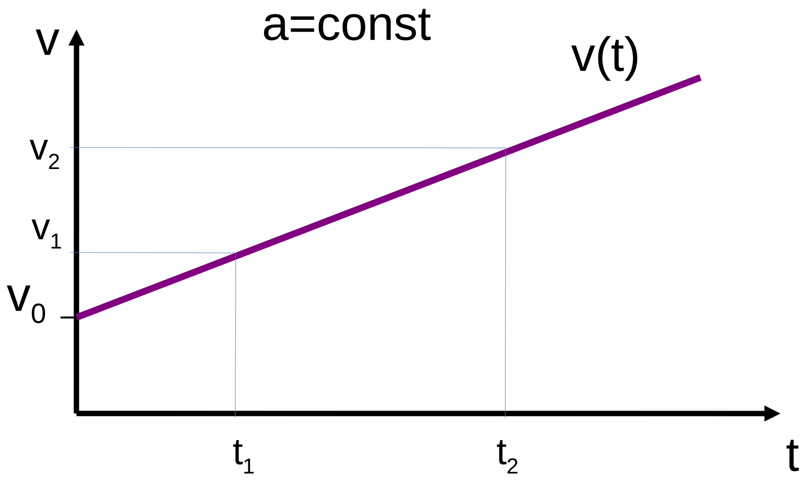
Słowami: przyśpieszenie cząstki w danej chwili jest równe szybkości zmiany prędkości cząstki w danej chwili.

Możemy zapisać:

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)=\frac{d^2x}{dt^2}$$

Przyśpieszenie cząstki w danej chwili jest równe drugiej pochodnej jej położenia x względem czasu t.

Stałe przyśpieszenie

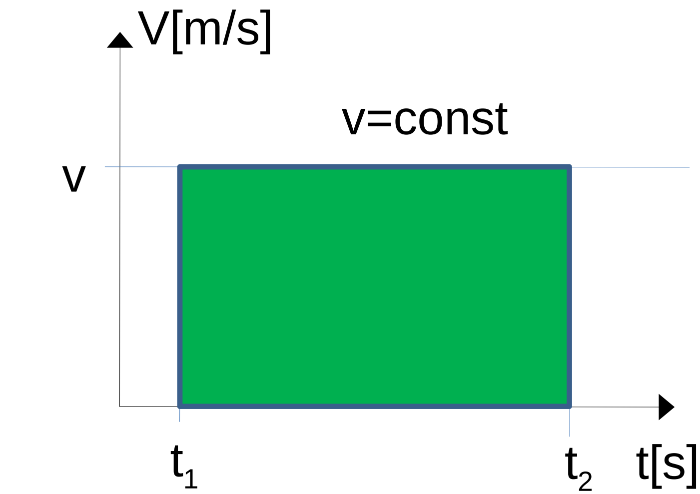


$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Jeśli przyśpieszenie jest stałe to przyśpieszenie chwilowe równe jest przyśpieszeniu średniemu oraz prędkość zależy liniowo od czasu.

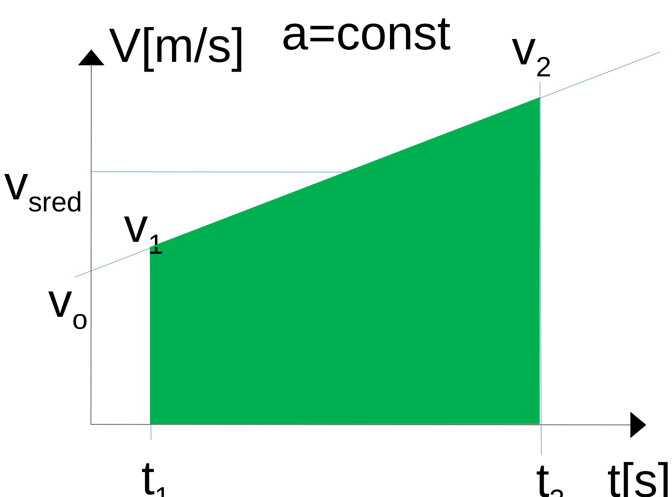
$$v_k = v_p + a\Delta t$$

Pole i przemieszczenie



$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow x_2 - x_1 = v \cdot \Delta t$$

$$x_2 = x_1 + v \cdot \Delta t$$



Pole pod „krzywą” – pole trapezu

$$\Delta x = \frac{(v_1 - 0) + (v_2 - 0)}{2} \cdot \Delta t$$

$$x_2 = x_1 + \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t$$

$$x_2 = x_1 + v_{sred} \cdot \Delta t, \text{gdzie } v_{sred} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$x_2 = x_1 + \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t \qquad v_2 = v_1 + a \cdot \Delta t$$

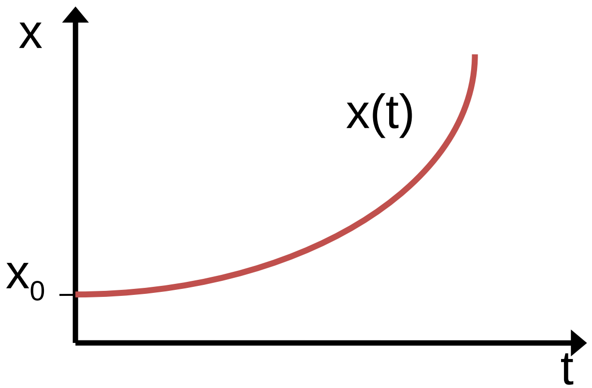
$$x_2 = x_1 + v_1 \cdot \Delta t + \frac{a(\Delta t)^2}{2}$$

Zwyczajowo, wzór na położenie w ruchu jednostajnie przyśpieszonym z prędkością początkową v_o zapisuje się w postaci

$$x_K = x_O + v_O \cdot \Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2}$$

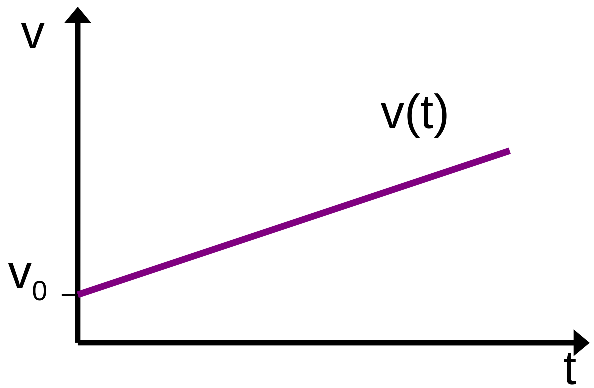
Ruch ze stałym przyśpieszeniem

położenie



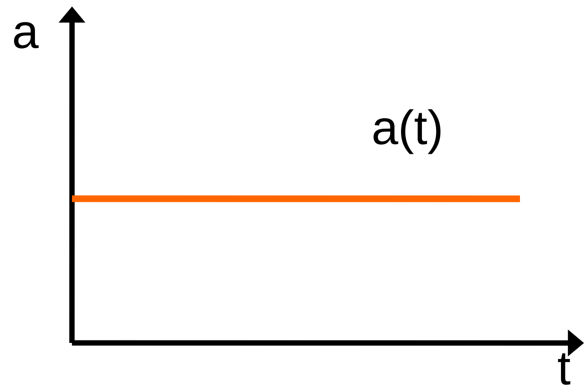
$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

prędkość



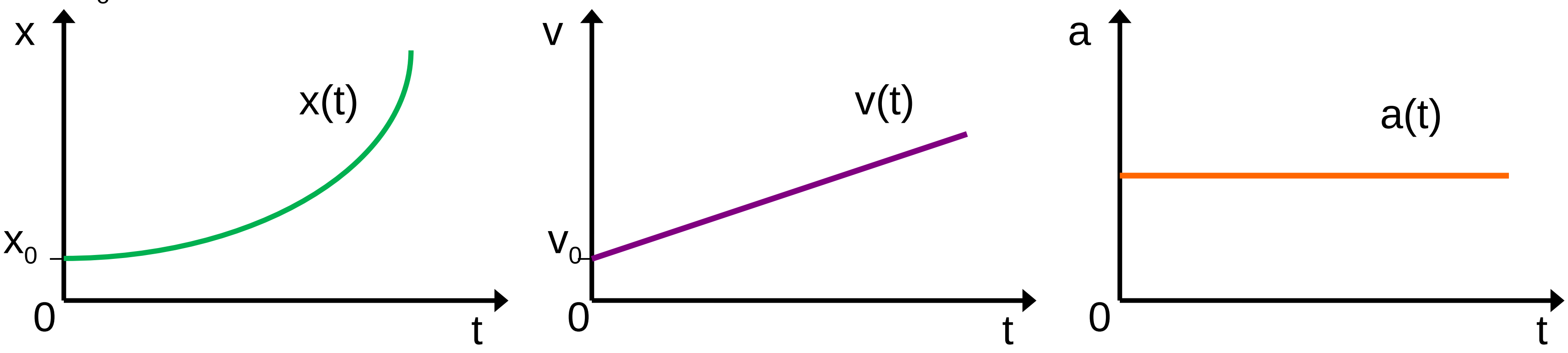
v (t)= v_0+at

przyśpieszenie

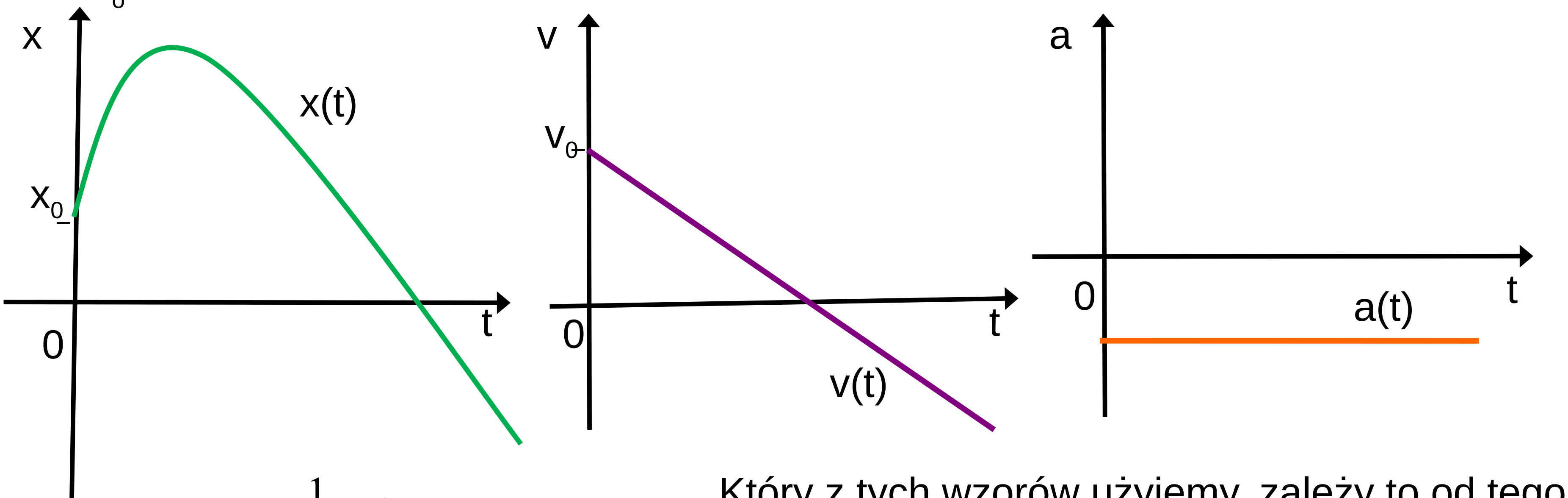


a (t)= a_O= const

$v_o>0$ oraz $a>0$



$v_o>0$ oraz $a<0$



$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad v(t) = v_0 + at$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \qquad v(t) = v_0 - at$$

Który z tych wzorów użyjemy, zależy to od tego czy za przyśpieszenie wstawimy wartość ze znakiem (- lub +) czy też wartość bezwzględną przyśpieszenia

Problemy

- Występują komplikacje w przypadku ruchu „przyśpieszonego” lub „opóźnionego”
- A co w przypadku gdy ruch odbywa się nie po lini prostej ale na płaszczyźnie czy wręcz w przestrzeni

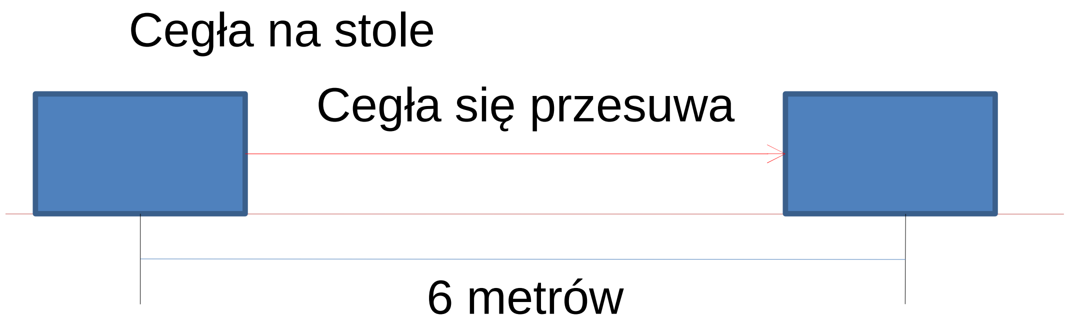
Rozwiązaniem są wektory !!!

Wektor

Ma długość oraz kierunek
(kierunek i zwrot)

Skalar

Ma tylko wartość



Cegła została przesunięta o 6 metry <u>w prawo</u>

Podano kierunek

$$\boxed{s = \text{"6 m w prawo"}}$$

„przesunięcie”

wektor

Cegła została przesunięta o 6 metry

$$\boxed{s = \text{"6 m"}}$$

„droga”

skalar

Wektor

przesuniecie s lub $\mathbf{s}$

predkosc v lub $\mathbf{v}$

przyspieszenie a lub $\mathbf{a}$

sila F lub $\mathbf{F}$

Skalar

droga s

szybkosc v

przyspieszenie a

sila F

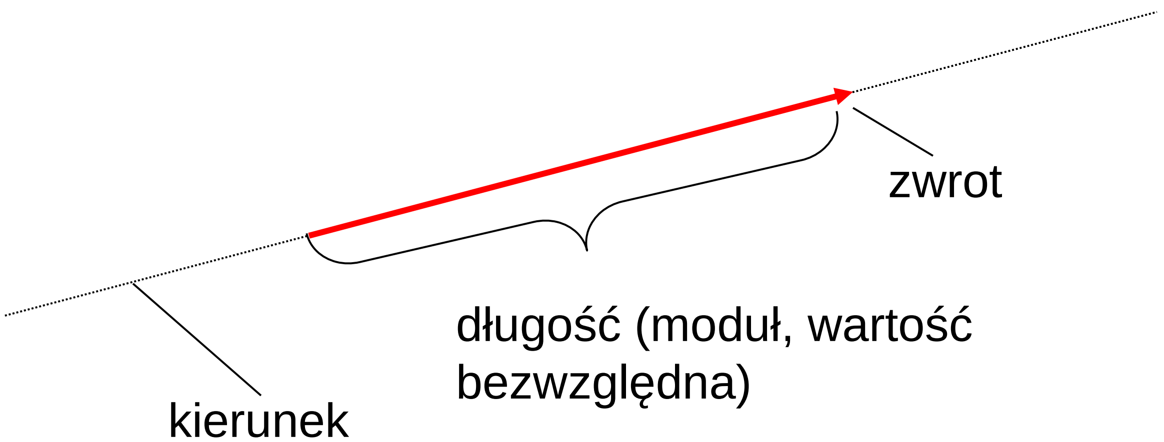
masa m

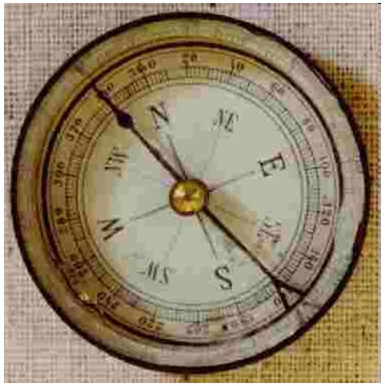
czas t

Wektory i skalary

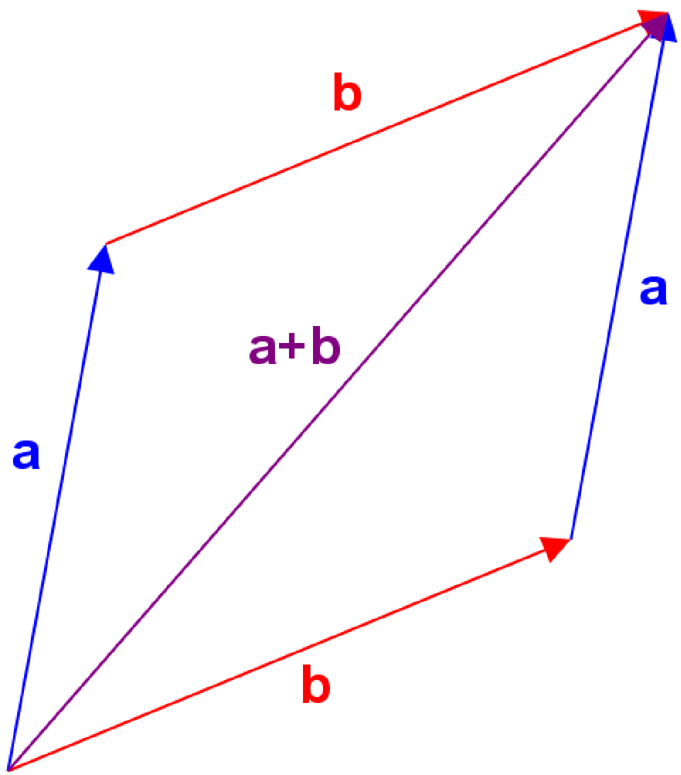
- Skalar – wielkość fizyczna, którą można przedstawić za pomocą liczby (np. masa, czas, objętość, temperatura)

- Wektor – wielkość fizyczna, która ma długość („wielkość”), kierunek i zwrot (np. przemieszczenie, prędkość)





Geometryczne dodawanie wektorów



Graficzne dodawanie wektorów ***a*** i ***b***:

1. Narysuj wektor ***a***
2. Narysuj wektor ***b*** zaczynający się na końcu wektora ***a***.
3. Sumę wektorową lub wektor wypadkowy ***s***=***a***+***b*** jest wektorem zaczynającym się w początku ***a*** i kończącym się na końcu ***b***.

Uwagi:

-Wektor wypadkowy ***a***+***b*** możemy traktować jako łączny efekt dwóch przemieszczeń ***a*** i ***b***.

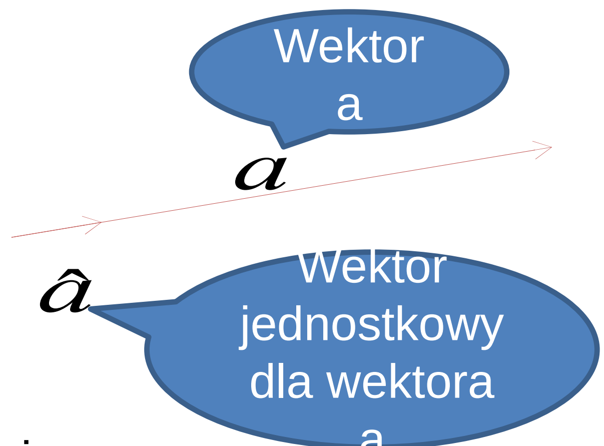
-Metoda graficzna ‘działa’ dla dowolnej liczby wektorów!

Wektory jednostkowe

Wektor jednostkowy – wektor którego długość wynosi jeden np. $\hat{i}, \hat{k}, \hat{j}, \hat{i}_x$

Wektor jednostkowy można otrzymać z dowolnego wektora dzieląc go przez długość

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|a|}$$

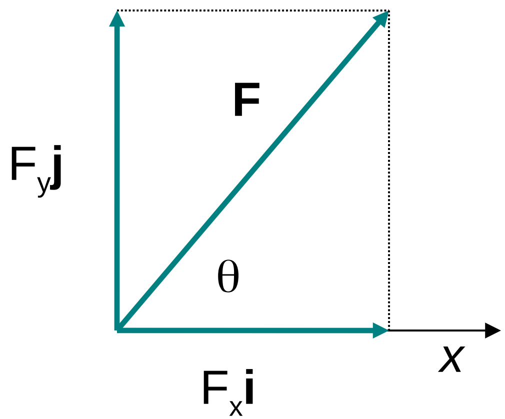


Wektor jednostkowy jest bezwymiarowy

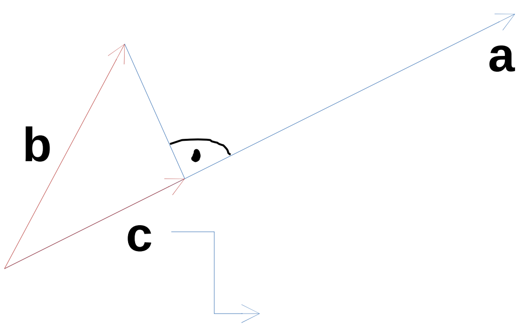
Każdy wektor można zapisać w postaci

$$a = |a| \cdot \hat{a}$$

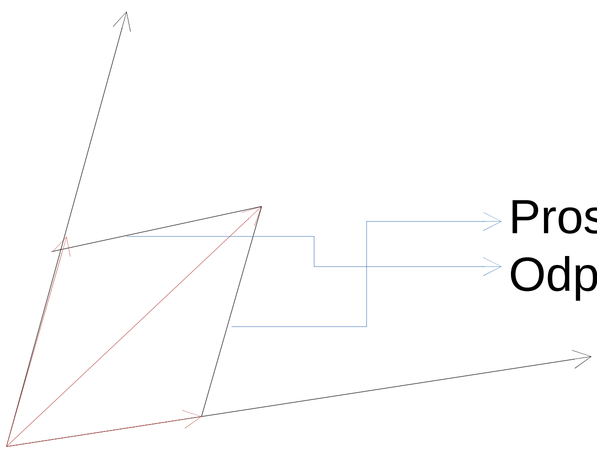
Rozkład i rzut wektora



$F_x = F\cos\theta$ oraz $F_y = F\sin\theta$



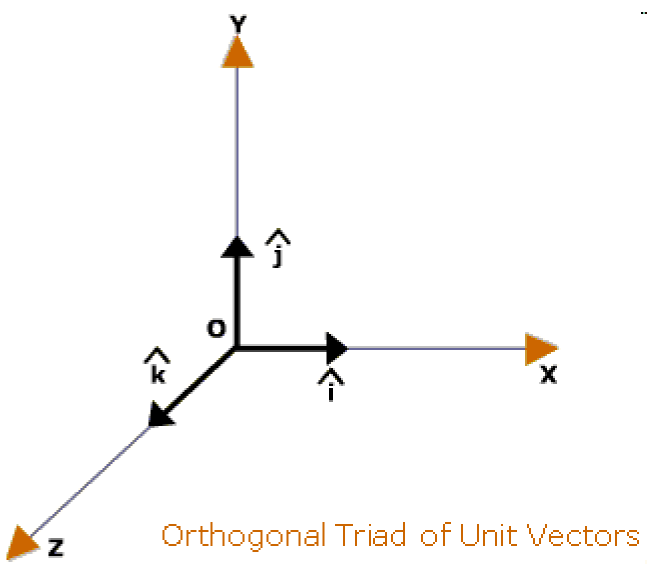
Rzut wektora b na kierunek wektora a



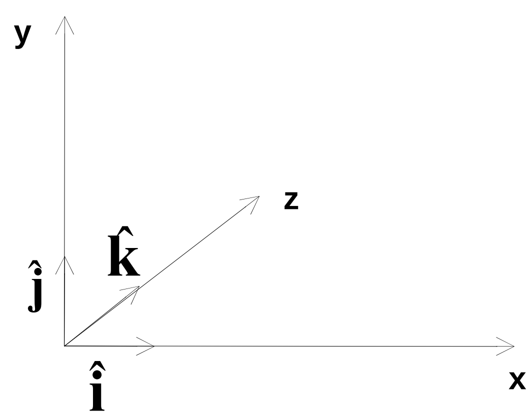
Proste równoległe do
Odpowiednich wektorów

Kartezjański układ współrzędnych

-Układ w którym osie układu są zawsze zwrócone w tym samym kierunku
-Osie układu są do siebie prostopadłe
-Wektory jednostkowe są skierowane do dodatnich kierunków osi x, y, z oznaczamy ***i***, ***j***, ***k***.



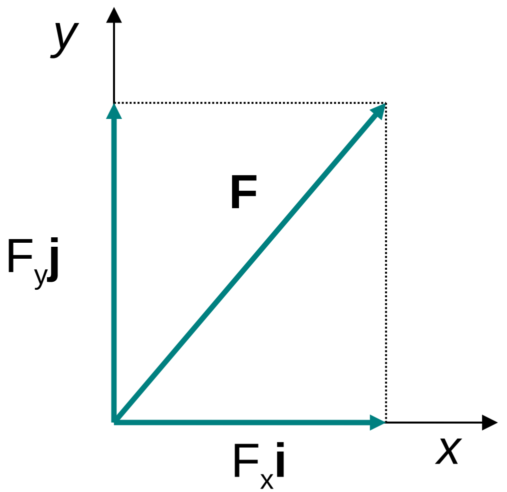
Prawoskrętny układ współrzędnych

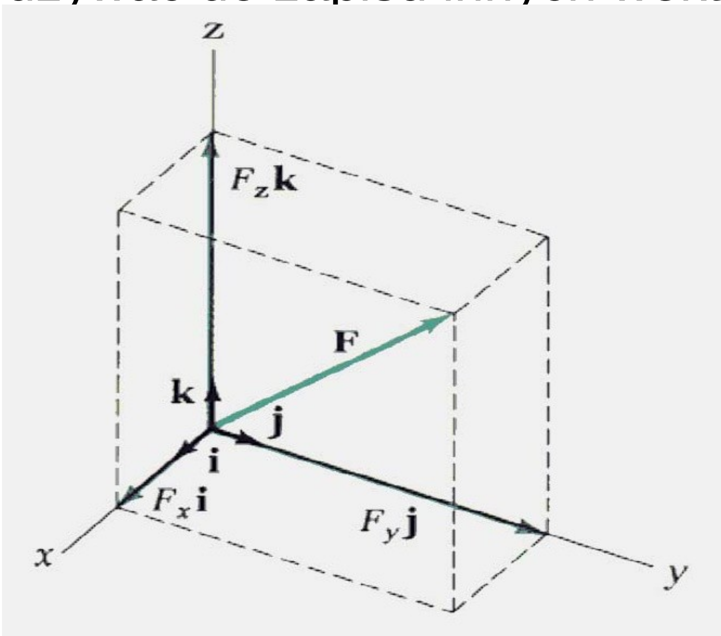


Lewoskrętny układ współrzędnych

Wektory jednostkowe

Wektorów jednostkowych możemy używać do zapisu innych wektorów.





$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} = (F_x , F_y)$

$$F = |F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k} = (F_x , F_y , F_z)$

$$F = |F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$F_x\mathbf{i}$, $F_y\mathbf{j}$, $F_z\mathbf{k}$ – wektory składowe wektora F

Dodawanie wektorów na składowych

Inna metodą dodawania wektorów jest dodawanie ich składowych dla każdej osi.

$$\mathbf{r} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$$

$$r_x = a_x + b_x$$

$$r_y = a_y + b_y$$

$$r_z = a_z + b_z$$

$$\mathbf{r}=(a_x + b_x\ ,\ a_y + b_y\ ,\ a_z + b_z\ )$$

1. Rozkładamy wektory na składowe
2. Dodajemy do siebie składowe wektorów dla każdej osi
3. Wyznaczamy wektorową sumę na podstawie sumy składowych

Mnożenie wektorów

Mnożenie wektora przez skalar

- **b** = s***a**=s*a_x**i**+s*a_y **j** +s*a_z**k**=(s*a_x, s*a_y , s*a_z)
- b = |s|*a – długość **b** wynosi s razy długość **a**
- kierunek **a** i **b** jest taki sam
- zwrot **b** jest zgodny ze zwrotem **a**, jeśli s jest dodatnie, a przeciwny, gdy s jest ujemne.

Mnożenie wektora przez wektor

Istnieją dwa sposoby mnożenia wektora przez wektor:

-iloczyn skalarny

-iloczyn wektorowy

Iloczyn skalarny

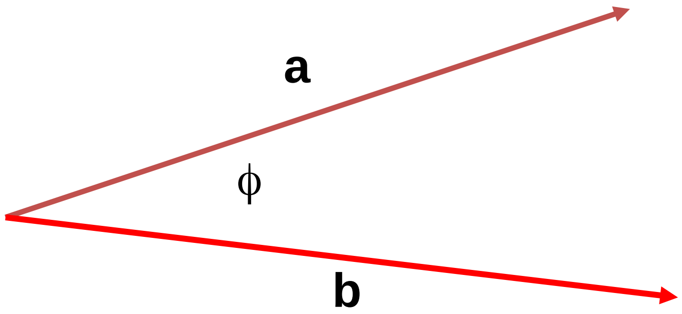
Iloczyn skalarny wektorów **a** i **b:**

a*b = ab cosϕ= ba cosϕ

a - długość **a**

b - długość **b**

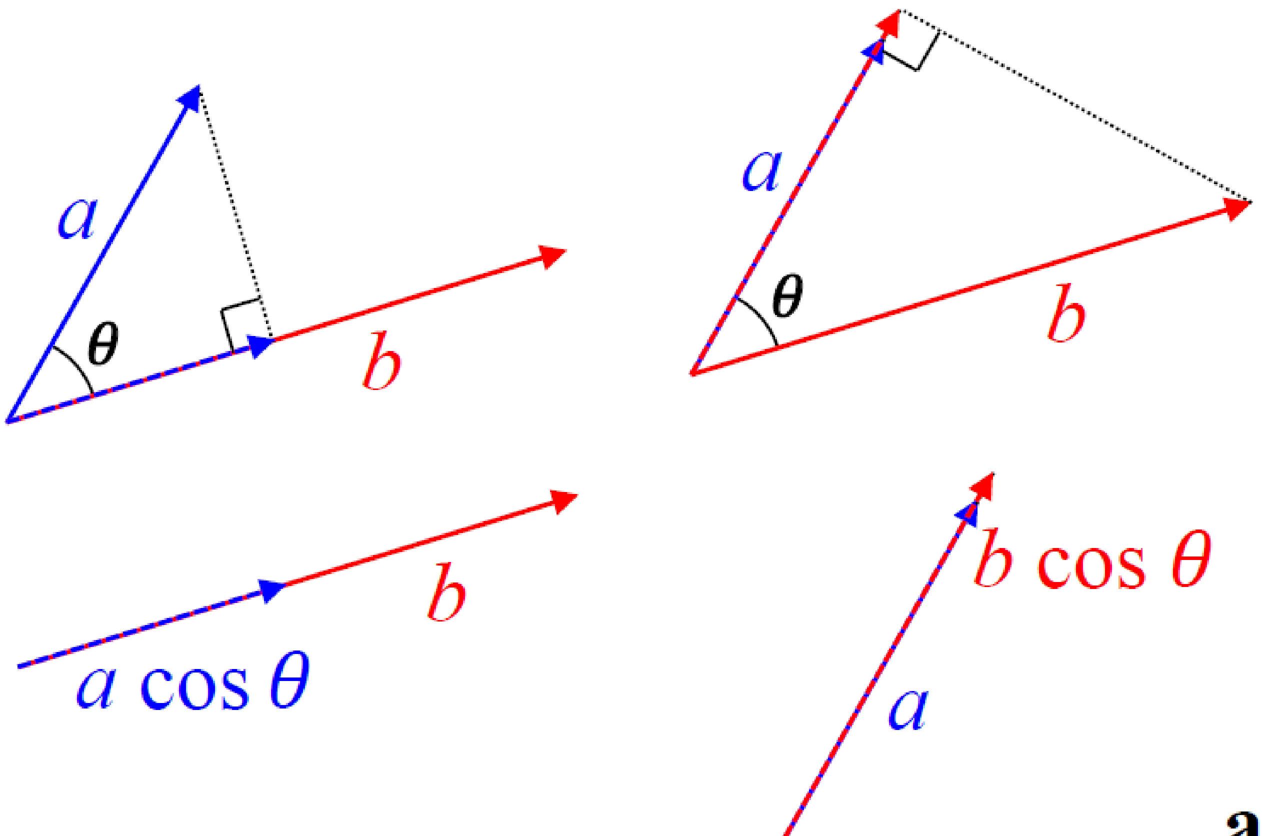
ϕ– kąt pomiędzy kierunkami **a** i **b**



- Wynikiem mnożenia jest skalar
- Jest przemienny
- a cosϕ jest składową (rzutem) wektora **a** w kierunku **b**.
- Jeśli kąt ϕ jest równy 0^{o}, iloczyn jest największy i wynosi ab
- Jeśli kąt ϕ jest równy 90^{o}, to składowa jednego wektora w kierunku drugiego jest równa zeru, iloczyn skalarny jest więc również równy zero.

Sens fizyczny

Iloczyn skalarny jest iloczynem długości wektorów, z tym że uwzględnione są tylko składowe równoległe wektorów



$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = a\ b\ \cos\theta$$

Iloczyn skalarny

$\mathbf{s}=s_x\mathbf{i}+s_y\mathbf{j}+s_z\mathbf{k}$

$\mathbf{t}=t_x\mathbf{i}+t_y\mathbf{j}+t_z\mathbf{k}$

$\mathbf{s}\cdot\mathbf{t}=s_xt_x+s_yt_y+s_zt_z$

$\mathbf{s}\cdot\mathbf{t}=|\mathbf{s}||\mathbf{t}|\cos\varphi$

$\mathbf{s}\cdot\mathbf{s}=|\mathbf{s}|^2=s_xs_x+s_ys_y+s_zs_z$

$$s=\left|\vec{s}\right|=\sqrt{\vec{s}^{\,2}}=\sqrt{\vec{s}\cdot\vec{s}}=\sqrt{\vec{s}^{\,2}}$$

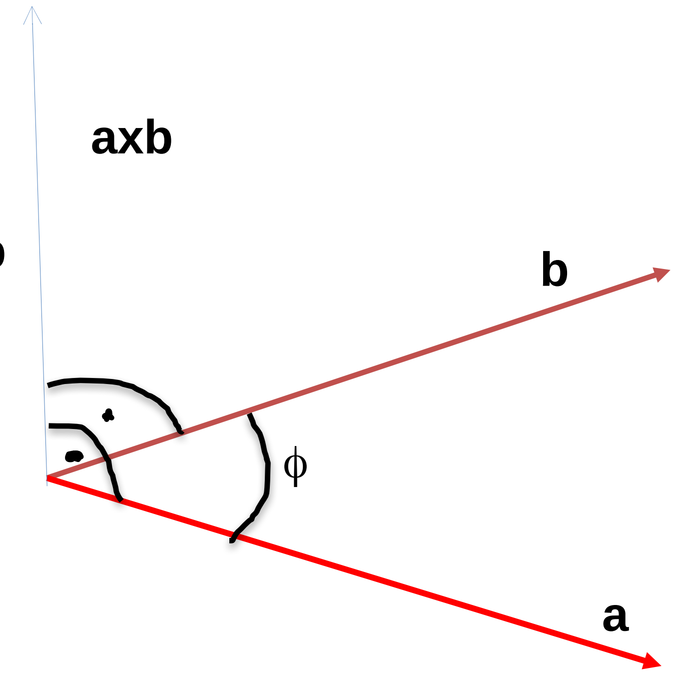
Iloczyn wektorowy

Iloczyn wektorowy wektorów **a** i **b:**

c = ax**b**

c **=** ab sinϕ – długość wektora **c**

ϕ – mniejszy z kątów pomiędzy kierunkami **a** i **b**



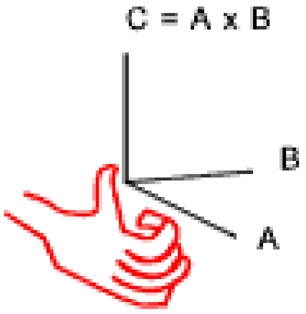
- Wynikiem mnożenia jest wektor
- Jeśli kąt ϕ jest równy 0^o, iloczyn wynosi zero czyli ona wektory są kolinearne (liniowo zależne)
- Jeśli kąt ϕ jest równy 90^o, to iloczyn wyznacza wektor o największym module

Kierunek wektora danego jako iloczyn wektorowy dwu wektorów

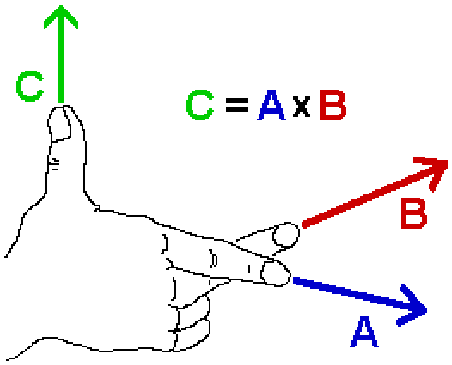
c = ax**b**

-kierunek wektora **c** jest prostopadły do płaszczyzny, w której leżą wektory **a** i **b**.

-zwrot określa tzw. reguła prawej dłoni: gdy ustawimy palce prawej dłoni wzdłuż łuku mniejszego kąta pomiędzy **a** i **b**, kciuk wskazuje kierunek wektora **c**.



„Prawa dłoń!!"



Iloczyn wektorowy

$\mathbf{s}=s_x\mathbf{i}+s_y\mathbf{j}+s_z\mathbf{k}$

$\mathbf{t}=t_x\mathbf{i}+t_y\mathbf{j}+t_z\mathbf{k}$

$\mathbf{s}\mathrm{x}\mathbf{t}=(s_yt_z - s_zt_y)\mathbf{i}+(s_zt_x - s_xt_z)\mathbf{j}+(s_xt_y - s_yt_x)\mathbf{k}$

$$\vec{s}\times\vec{t} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ s_x & s_y & s_z \\ t_x & t_y & t_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s_y & s_z \\ t_y & t_z \end{vmatrix}\mathbf{i} - \begin{vmatrix} s_x & s_z \\ t_x & t_z \end{vmatrix}\mathbf{j} + \begin{vmatrix} s_x & s_y \\ t_x & t_y \end{vmatrix}\mathbf{k}$$

$$s\times t = |s||t|\sin\phi\cdot\hat{\mathbf{u}}$$

Wektor jednostkowy u – prostopadły do wektorów s i t, kierunek według reguły śruby prawoskrętnej

Właściwość:

$$s\times t = -t\times s$$

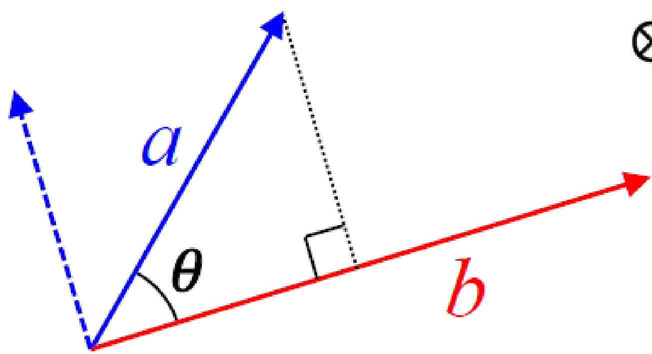
Uwaga: wektor **sxt** nie jest „normalnym” wektorem, jest to tzw. wektor osiowy lub pseudowektor

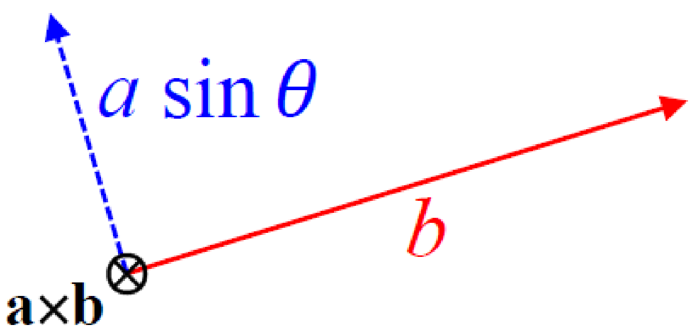
Sens fizyczny

Daje iloczyn długości wektorów, z tym że nie uwzględnia składowych równoległych

⊙ Wektor ⊥ , skierowany **OD** „ekranu”

⊗ Wektor ⊥, skierowany **DO** „ekranu”





$$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}| = a\, b \sin\theta$$

wski

Różne układy współrzędnych

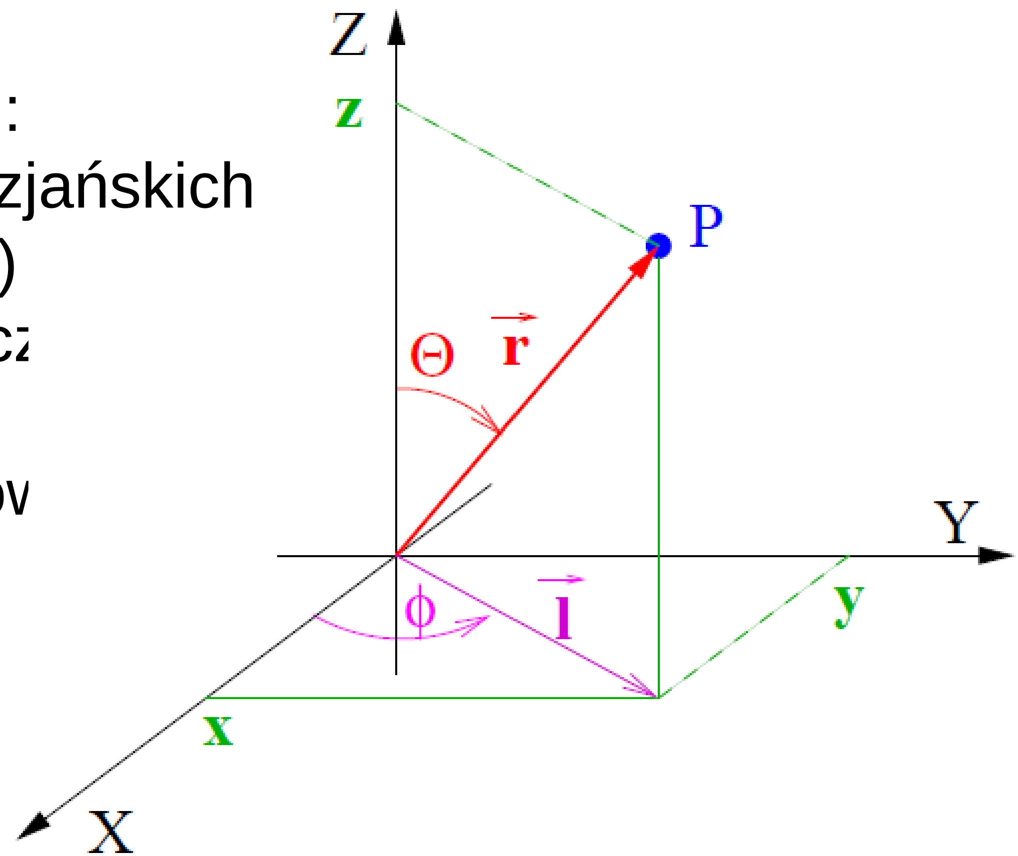
Różne układy współrzednych:

- układ współrzędnych kartezjańskich

  r=x***i**+y***j**+z***k**=(x, y, z)
- Układ współrzędnych sferycz

  r=(r, Θ, φ)
- Układ współrzędnych walcov

  r=(l, φ, z)



Dla dociekliwych – po co w fizyce
są różne układy współrzędnych ?

Prawoskrętność

Prawoskrętność układu współrzędnych gdy zachodzą relacje:

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}$$

Wektory a prawa fizyki

Prawa fizyki w układzie przesuniętym (translacja) i obróconym są takie same.

Nazywa się to symetrią praw fizyki względem translacji i obrotów.

Wniosek:
Układ współrzędnych należy tak wybrać aby jak najłatwiej rozwiązać problem

Mechanika klasyczna

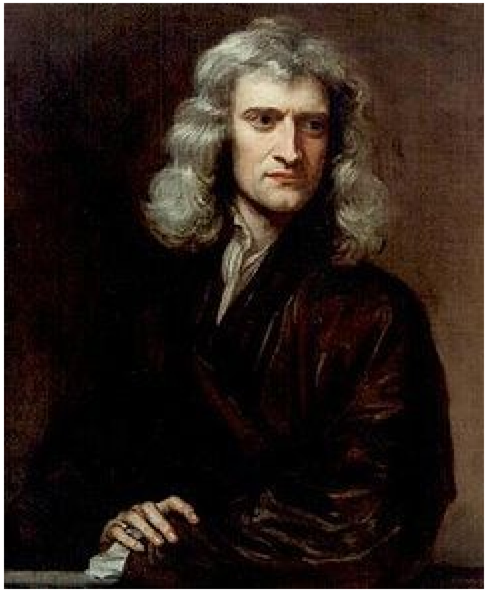
- Jest to nauka o ruchu ciał, także przypadku w którym ciała pozostaja w spoczynku, według zasad pierwszy raz odkrytych prze Sir Isaac Newton, w jego dziele *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687), zwanym powszechnie ***Principia***
- Jest pierwszym działem fizyki który został teoretycznie usystematyzowany i dzięki temu jest podstawą wszystkich innych współczesnych działów fizyki

Zastosowania mechaniki klasycznej

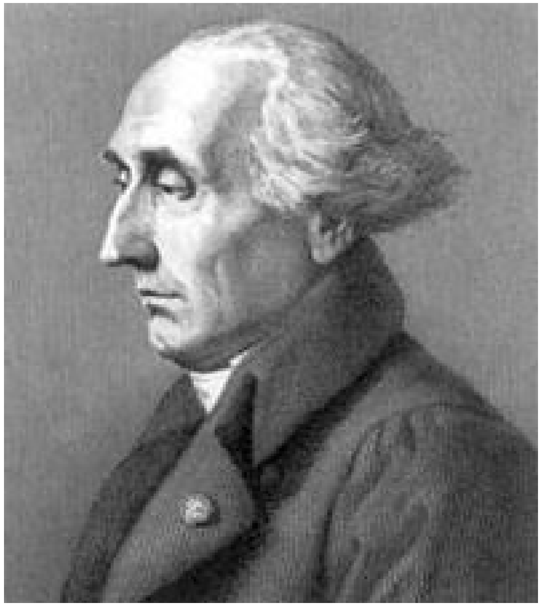
- Chemia – dynamika molekularna
- Geologia – rozchodzenie się fal sejsmicznych generowanych przez trzęsienia ziemi
- Inżynieria – równowaga i stabilność konstrukcji

Twórcy

- Arystoteles, Kepler, Kopernik, Galileusz



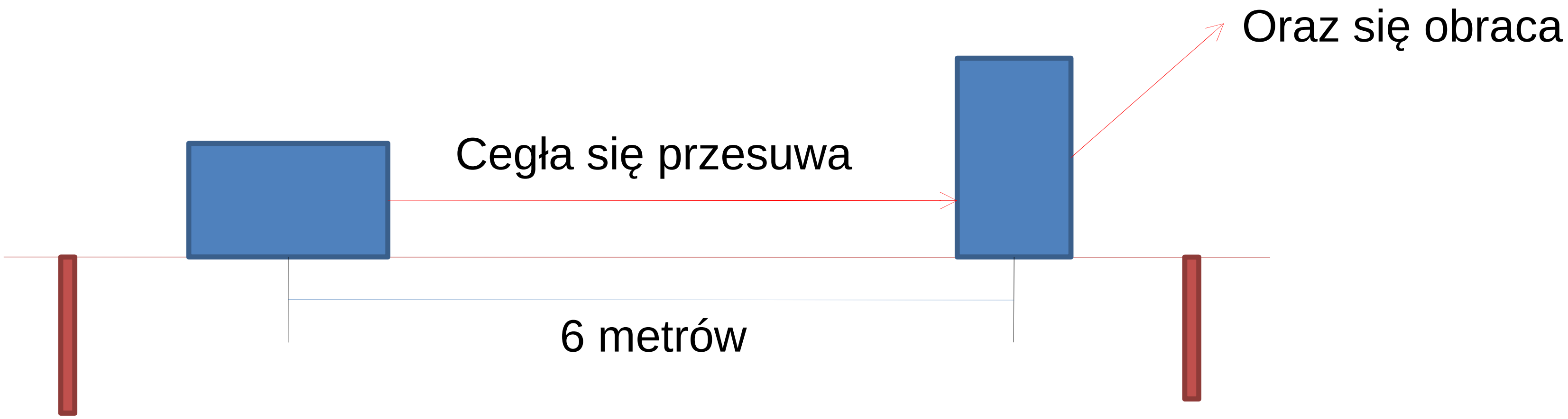
Sir Isaac Newton
1643–1727



Joseph Louis Lagrange
1736 - 1813

William Rowan Hamilton
1805–1865

Ruch ciała



Czy ważne jest to, aby oprócz faktu przesunięcia się cegły uwzględnić też **obrót cegły ?**

Punkt materialny

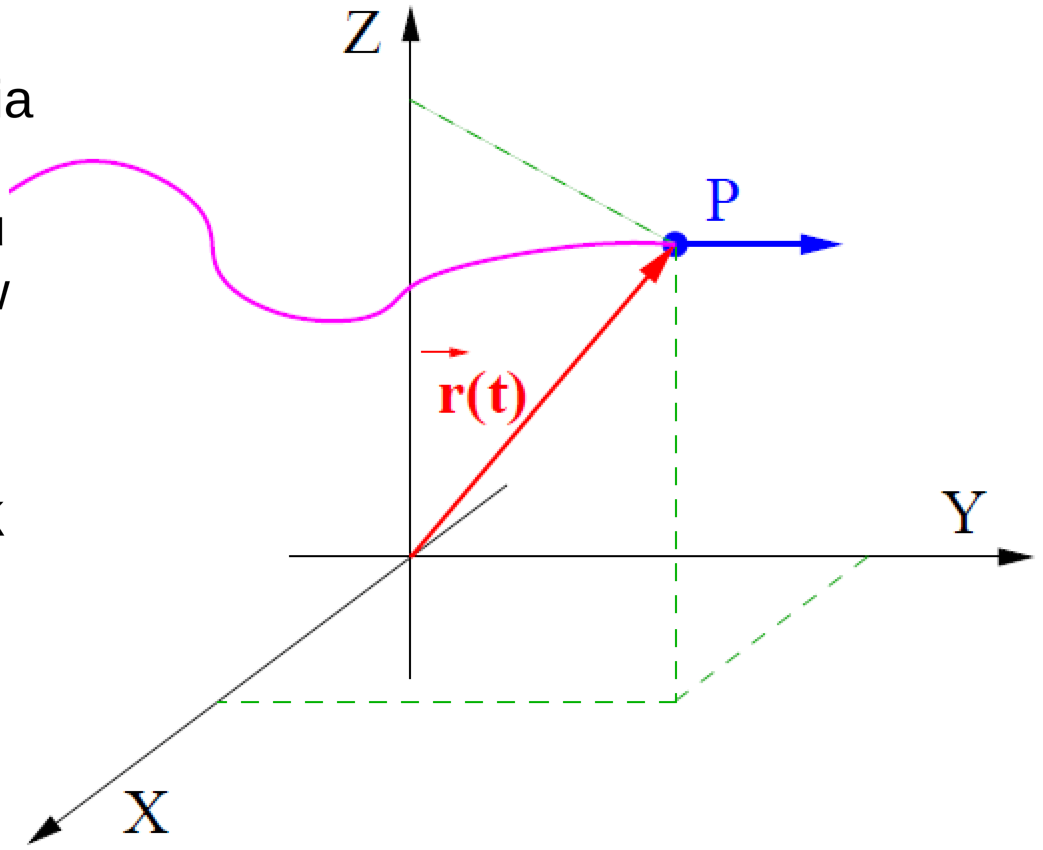
- **Punkt materialny** - ciało, którego rozmiary i kształty w danym zagadnieniu możemy pominąć czy zaniedbać
- Zazwyczaj przyjmujemy, że punkt materialny powinien być dostatecznie mały. **Nie jest to jednak konieczne !**
- Położenie punktu materialnego całkowicie określa jego "stan".
- **pojęcie punktu materialnego umożliwia prosty opis wielu sytuacji fizycznych.**

Tor ruchu

Do określenia położenia cząstki stosujemy zwykle wektor położenia ***r***.

Wektor ***r*** ma początek w początku układu współrzędnych, a koniec w punkcie, w którym znajduje się cząstka.

$$\mathbf{r} = r_x\mathbf{i} + r_y\mathbf{j} + r_z\mathbf{k} = x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$$



Tor ruchu – opisuje zmianę położenia w czasie

Tor ruchu

Najogólniej tor ruchu można opisać w postaci parametrycznej:

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t)$$

$$\vec{r} = (x(t), y(t), z(t)) = \vec{r}(t)$$

Czasami, relacje x=x(t), da się odwrócić, i zapisać w postaci t=F(x).
Wówczas tor ruchu można zapisać w postaci uwikłanej

$$y = y(t) = y(F(x)) = y(x) \quad z = z(x)$$

$$\vec{r} = (x, y(x), z(x))$$

W ogólności postać uwikłana to: $G(x, y, z) = 0$

Przykłady:

$$x = vt \quad y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = x / v \quad y = \frac{g}{v^2} x^2$$

$$x = A\cos\omega t \quad y = A\sin\omega t$$

$$x^2 + y^2 = A^2$$

Funkcje

W fizyce bardzo często staramy się opisać zależności pomiędzy różnymi wielkościami fizycznymi w postaci funkcyjnej.
Na ogół do oznaczenia funkcji używamy symbolu odpowiadającego danej wielkości fizycznej, np.:
droga - s, wysokość - h, prędkość - v
Postać funkcyjna zależy jednak od wyboru argumentu funkcji !
W przypadku opisu toru:
y(t) i y(x) to dwie różne funkcje !
choć opisują tą samą wielkość fizyczną

Prędkość średnia

W odstępie czasu

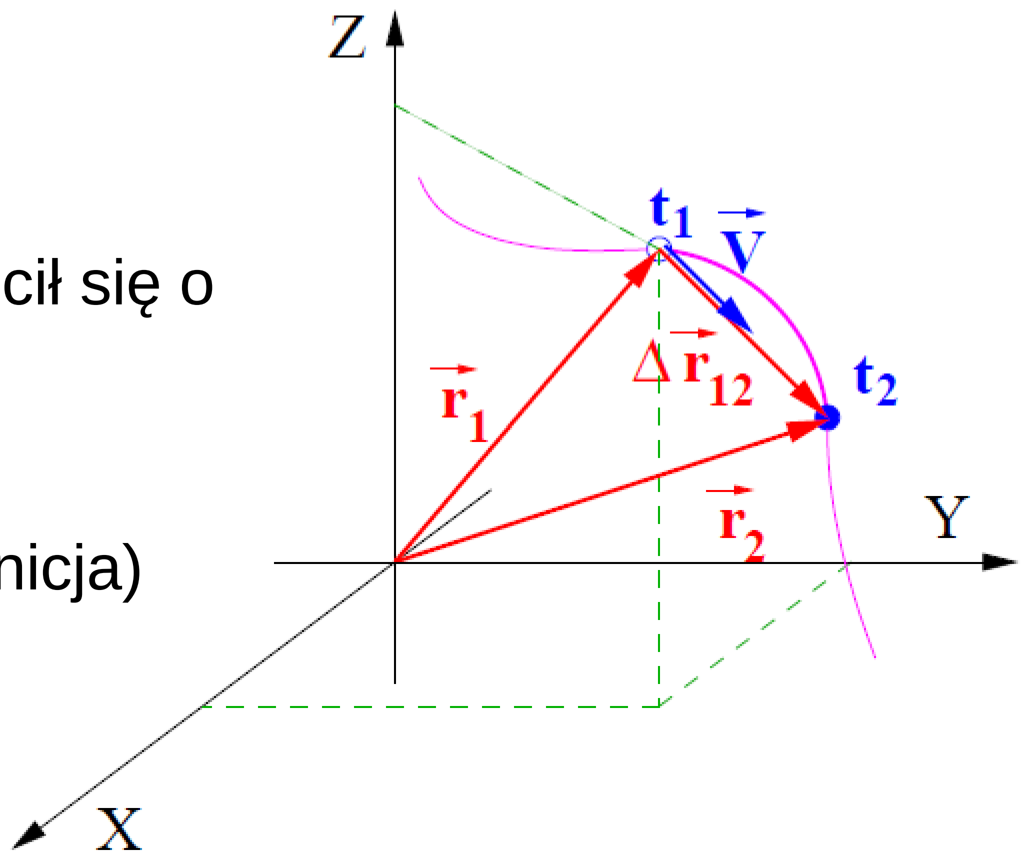
$$\Delta t_{12} = t_2 - t_1$$

punkt materialny przemieścił się o

$$\Delta r_{12} = r_2 - r_1$$

Prędkość średnia to (definicja)

$$\vec{v}_{śr} = \frac{\Delta r_{12}}{\Delta t_{12}}$$



Prędkość chwilowa

Praktycznie każdy pomiar prędkości musi trwać skończony okres czasu.

Prawie zawsze mierzymy więc prędkość średnią.

Pojęcie prędkości chwilowej wprowadzamy jako graniczna wartość prędkości średniej dla nieskończenie krótkiego czasu pomiaru, t→0 :

$$\vec{v}_1 = \lim_{\Delta t_{12} \to 0} \vec{v}_{sr} = \lim_{\Delta t_{12} \to 0} \frac{\Delta r_{12}}{\Delta t_{12}}$$

Doświadczenie pokazuje, że jest to pojęcie dobrze zdefiniowane: dla rzeczywistych obiektów ta granica zawsze istnieje.

Prędkość chwilowa

Matematycznie definicja prędkości chwilowej odpowiada definicji pochodnej:

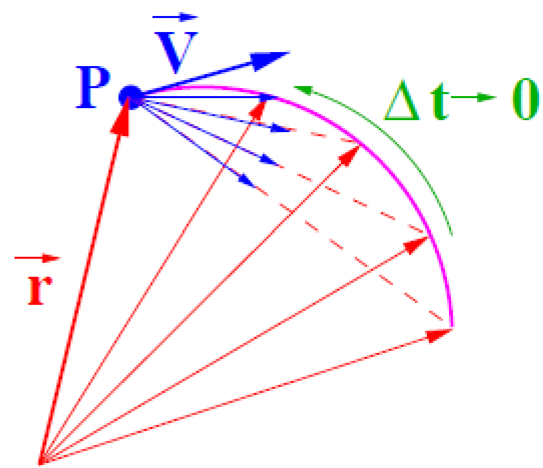
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Pochodna wektora to wektor pochodnych składowych tego wektora w układzie współrzędnych kartezjańskich

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_z\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

Własność:

Wektor prędkości chwilowej jest **styczny do toru ruchu**



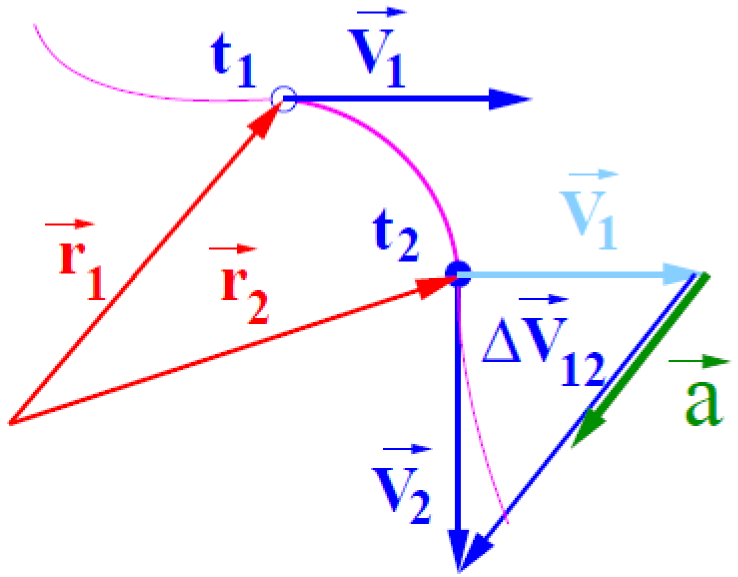
Przyśpieszenie średnie

W odstępie czasu

$$\Delta t_{12} = t_2 - t_1$$

Prędkość zmienia się o

$$\Delta v_{12} = v_2 - v_1 = v(t_2) - v(t_1)$$



Przyśpieszenie średnie to (definicja)

$$\vec{a}_{śr} = \frac{\Delta v_{12}}{\Delta t_{12}}$$

Przyśpieszenie chwilowe

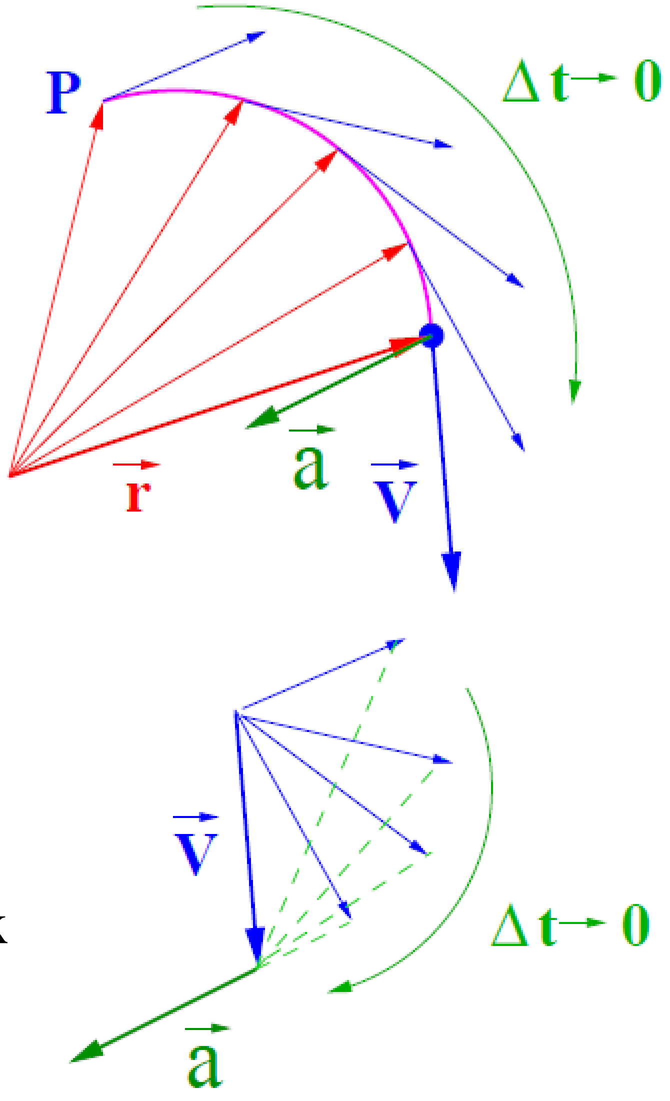
Podobnie jak w przypadku prędkości - graniczna wartość dla nieskończenie krótkiego pomiaru:

$$\vec{a}_1 = \lim_{\Delta t_{12} \to 0} \vec{a}_{sr} = \lim_{\Delta t_{12} \to 0} \frac{\Delta v_{12}}{\Delta t_{12}} = \frac{dv}{dt}$$

Przyspieszenie chwilowe jest pochodną po czasie prędkości chwilowej.

W układzie kartezjańskim mamy:

$$\vec{a} = \frac{d\overline{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} = a_x\mathbf{i} + a_z\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$$



Rodzaje ruchów(niektóre)

Ze względu na tor:

Prostoliniowy - odbywający się wzdłuż linii prostej

Zawsze możemy tak wybrać układ współrzędnych aby

$$y(t) = z(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i}$$

Płaski - odbywający się w ustalonej płaszczyźnie

$$z(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}$$

Ze względu na przyśpieszenie:

jednostajny ⇒ wartość prędkości pozostaje stała: $|v| = const$

jednostajnie przyspieszony ⇒ przyśpieszenie jest stałe: $a = const$

Niejednostajnie przyśpieszony ⇒ przyśpieszenie nie jest stałe: $a \neq const$

Uwagi

Droga – jest to długość krzywej opisującej tor ruchu
Szybkość – czyli wartość wektora prędkości
Szybkość chwilowa – jest to wartość wektora prędkości chwilowej

$$v = |\vec{v}|$$

Szybkość średnia – jest to iloraz drogi (s) przebytej przez ciało do czasu (t) w którym ta droga została przebyta

$$v_{śred} = \frac{s}{t}$$

Pojęcia drogi oraz szybkości można ubrać w „piękne” wzory matematyczne czyli podać ich matematyczne definicje.

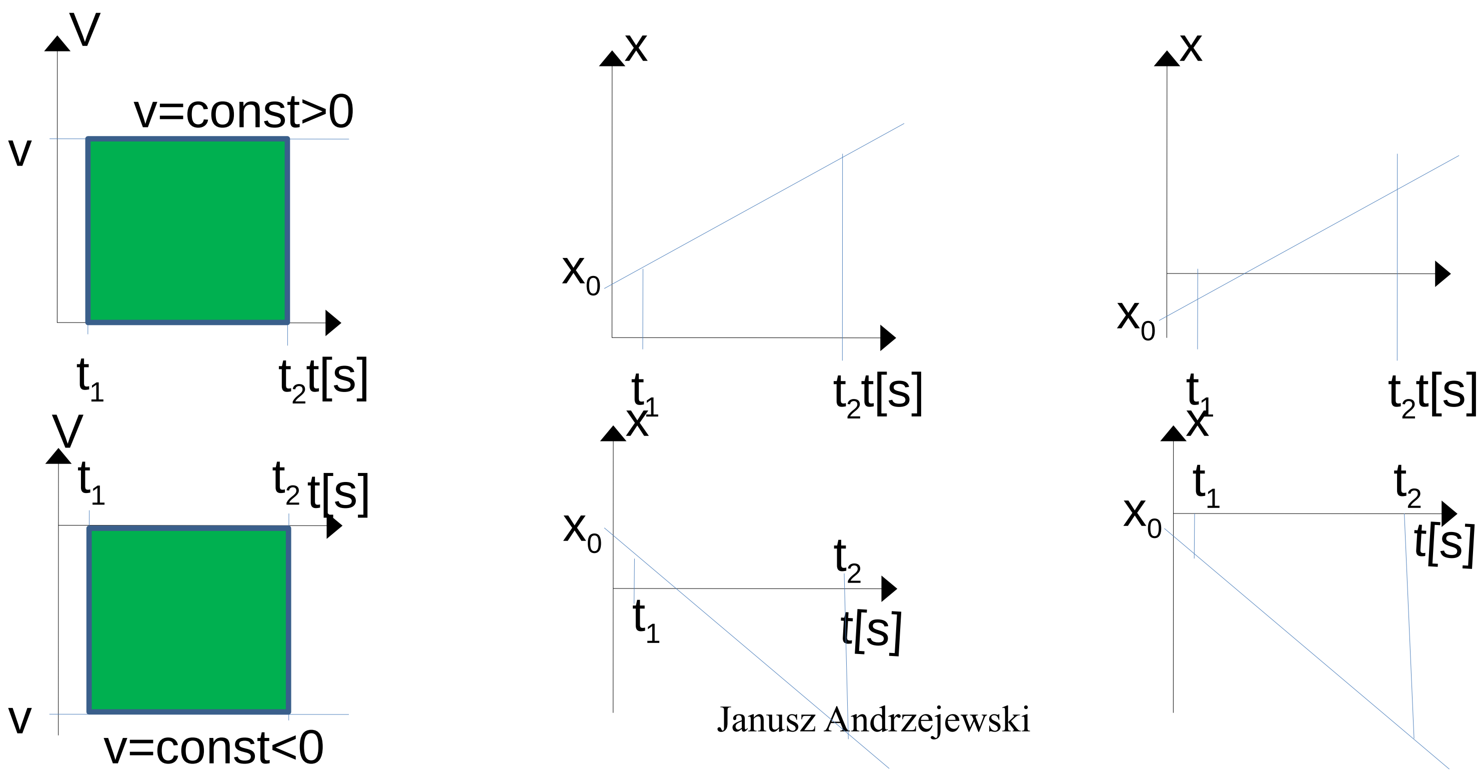
Przemieszczenie (x) a droga (s) w ruchu prostoliniowym (jednowymiarowym)

Najprostszym przypadkiem ruchu jest ruch jednostajny prostoliniowy

$$\left.\begin{array}{l} \text{jednostajny } |\vec{v}| = const \\ \text{prostoliniowy } \dfrac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = const \end{array}\right\} \Leftrightarrow a = 0$$

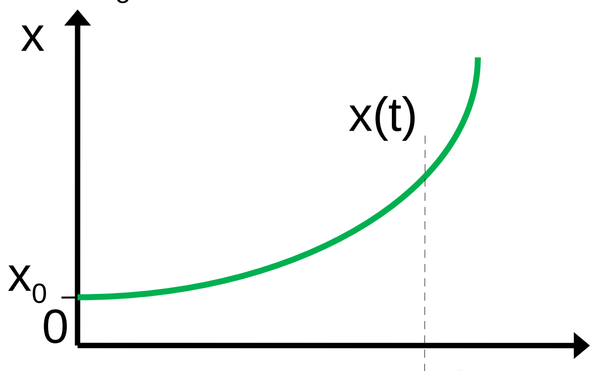
$$x(t_2) = x(t_1) + v(t_2 - t_1)$$

$$s(t_2) = |v(t_2 - t_2)| = |x(t_2) - x(t_1)|$$



Przemieszczenie a droga – ruch jednostajnie przyśpieszony prostoliniowy

$v_o > 0$ oraz $a > 0$

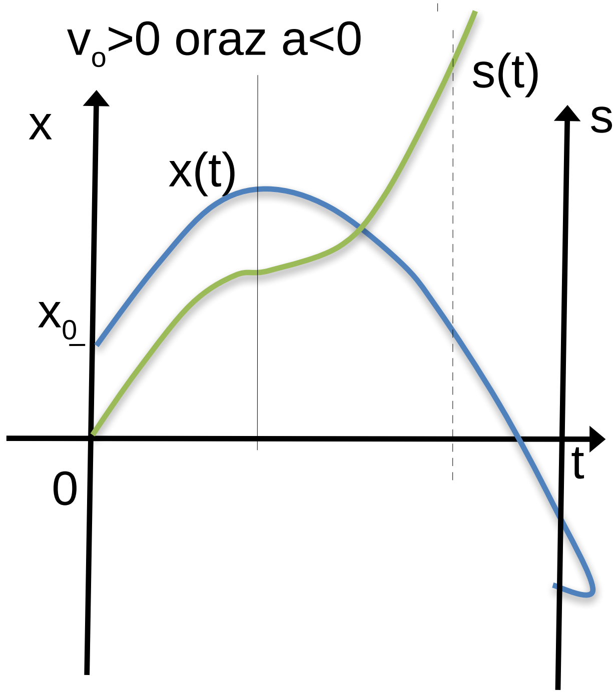


$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$s(t) = \left| x(t) - x_0 \right|$$

W przypadku gdy prędkość początkowa i przyśpieszenie mają te same zwroty, droga jest różnicą położeń końcowego i początkowego

$v_o > 0$ oraz $a < 0$



Gdy v_0 i a maja przeciwne zwroty, generalnie droga i przemieszczenie nie da się łatwo policzyć

Ruch jednostajnie przyśpieszony

W ogólnym przypadku, gdy wektor v_0 i wektor a nie są równoległe, ruch jednostajnie przyspieszony nie jest ruchem prostoliniowym:

v_0

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

Ruch będzie się odbywał w płaszczyźnie przechodzącej przez wektor r_0 i wyznaczonej przez kierunki wektora v_0 i wektora a.

Niezależność ruchu

Zawsze (przynajmniej dla danej chwili) możemy tak wybrać układ współrzędnych aby przyspieszenie skierowane było wzdłuż jednej z osi, przykładowo osi OY :

$$a \parallel \mathbf{j} \Rightarrow a = (0, a, 0)$$

oraz prędkość początkowa leżała w płaszczyźnie XY:

$$v_0 = (v_{ox}, v_{0y}, 0)$$

Ruch możemy wtedy opisać jako złożenie niezależnych ruchów w 3 prostopadłych kierunkach – składowych: ruch jednostajny (X), ruch jednostajnie przyspieszony (Y), spoczynek (Z):

$$a_x = 0 \quad v_x = v_{ox} = const \quad x = x_0 + v_{ox}t$$

$$a_y = a \quad v_y = v_{oy} + at \quad y = y_o + v_{oy}t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$a_z = 0 \quad v_z = 0 \quad z = 0$$

Niezależność ruchów w kierunkach prostopadłych.

Spadek swobodny(doświadczenie)

Ciało umieszczone w ziemskim polu grawitacyjnym doznaje przyśpieszenia o stałej wartości, skierowanego w dół.

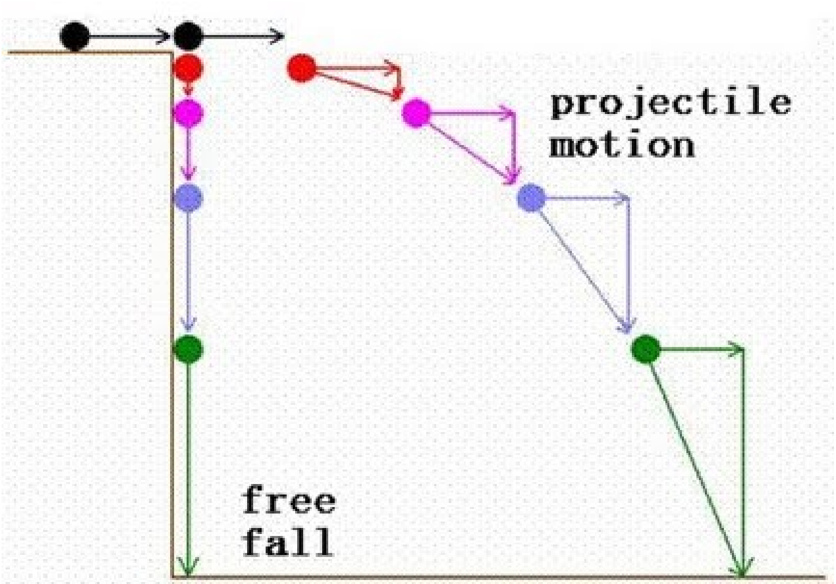
Przyśpieszenie to nazywa się **przyśpieszeniem ziemskim** i oznacza *g*.

Przyjmujemy wartość $g = 9.8\ m/s^2$

Spadek swobodny opisują równania ruchu ze stałym przyśpieszeniem (o ile wpływ powietrza na ruch można pominąć).

Dwie piłki (doświadczenie)

Jedna z piłek została upuszczona, druga wystrzelona poziomo. Ruch w pionie obu piłek jest taki sam. Oznacza to, że ruch w poziomie nie wpływa na ruch w pionie.



Wniosek: w rzucie ukośnym ruchy cząstki w kierunku poziomym i w kierunku pionowym można traktować jako niezależne.

Rzut ukośny

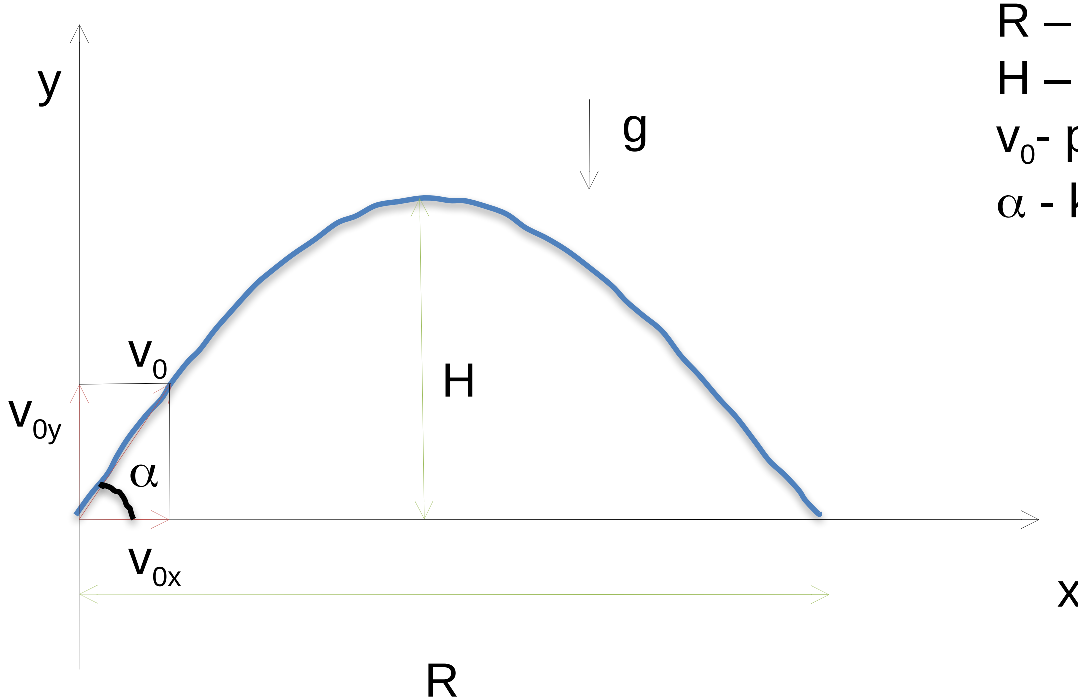
Cząstka porusza się z pewną prędkością początkową $\mathbf{v}_0$ oraz z przyśpieszeniem ziemskim $\mathbf{g}$, skierowanym pionowo w dół.

Rzut ukośny

Rozważmy ruch cząstki wyrzuconej z prędkością początkową $\mathbf{v}_0$.

$$\mathbf{v}_0 = v_{0x}\mathbf{i} + v_{0y}\mathbf{j}$$

$$v_{0x} = v_0\cos\alpha \qquad \text{oraz} \qquad v_{0y} = v_0\sin\alpha$$



R – zasięg rzutu
H – wysokośc maksymalna
v_0- prędkość początkowa
α - kąt pod jakim jest v_0

$$x = v_{0x}t$$

$$y = v_{oy}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$v_x = v_{0x}$$

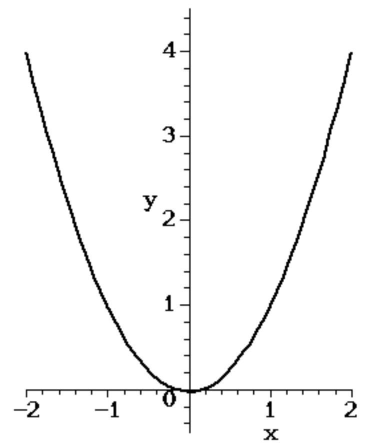
$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$g = 10\,\tfrac{m}{s^2}$$

$$x = v_{0x} t \qquad y = v_{oy} t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad v_x = v_{0x} \qquad v_y = v_{0y} - gt$$

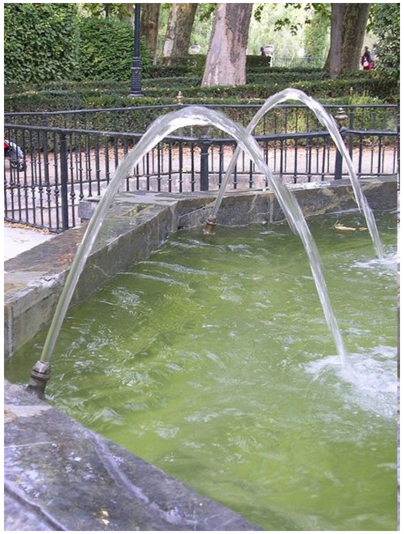
Równanie funkcyjne w rzucie ukośnym

$t = \dfrac{x}{v_{0x}}$ czyli: $y = \dfrac{v_{oy} x}{v_{0x}} - \tfrac{1}{2} g \left(\dfrac{x}{v_{ox}} \right)^2 = \dfrac{v_{0y}}{v_{ox}} x - \dfrac{g}{2 v_{0x}^2} x^2$



Równanie to jest równaniem paraboli

$$y = ax + bx^2$$



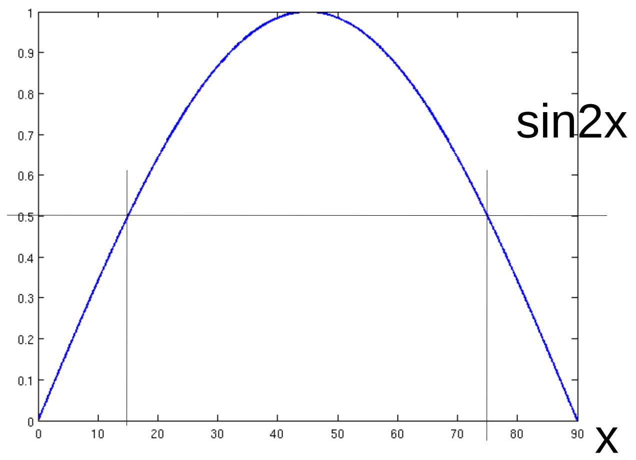
Zasięg rzutu ukośnego

Zasięg: (miejsce w którym wysokość wynosi zero, czyli)

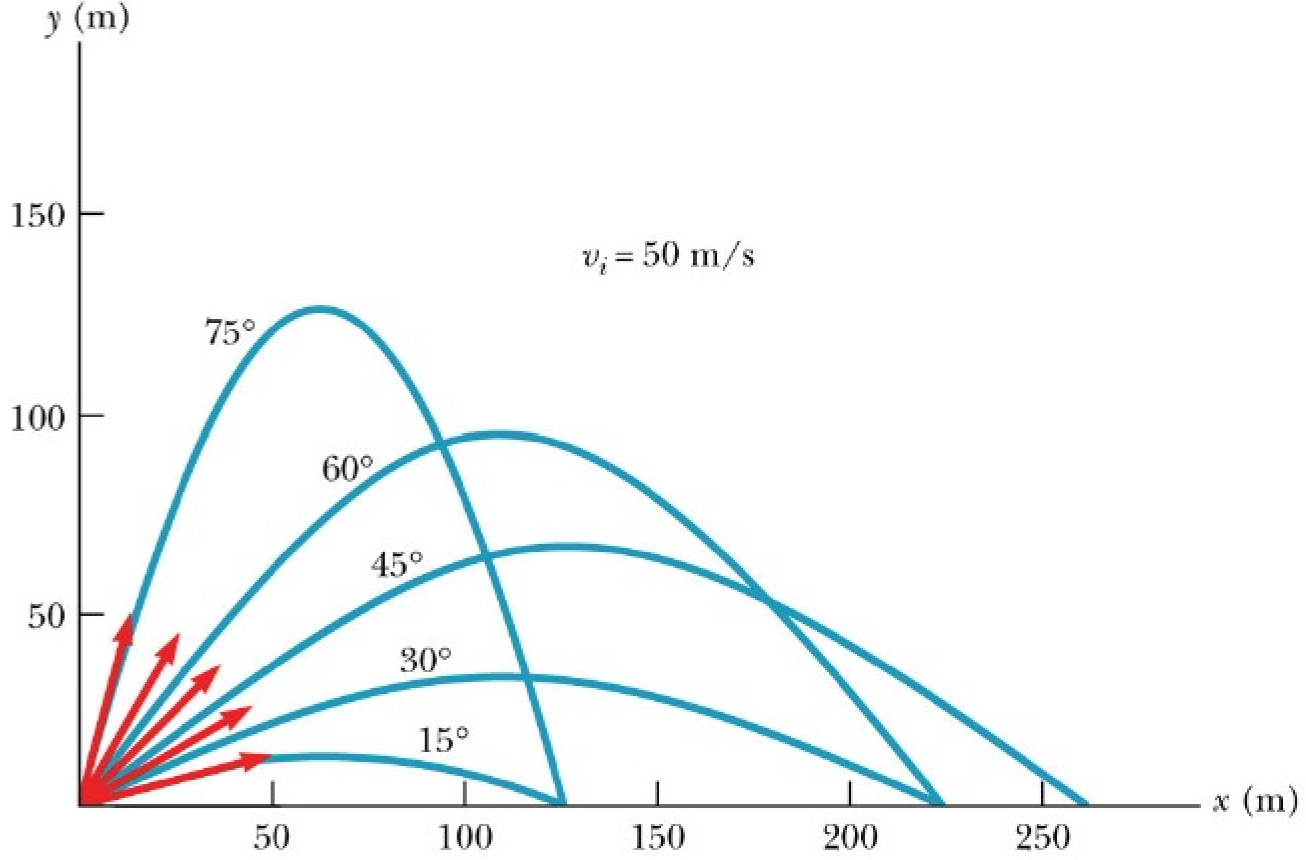
$$y(t_L)=0 \Leftrightarrow v_{oy}t_L - \tfrac{1}{2}gt_L^2=0 \Leftrightarrow t_L\left(v_{0y} - \tfrac{1}{2}gt_L\right)=0 \Rightarrow t_L=0 \ \text{ lub } \ v_{0y} - \tfrac{1}{2}gt_L=0 \text{ czyli } t_L=\frac{2v_{0y}}{g}$$

$$R=x(t_L) \Rightarrow R=v_{0x}\cdot\frac{2v_{0y}}{g}=\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}=\frac{2v_0\sin\alpha\cdot v_0\cos\alpha}{g}=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

Największy zasięg rzutu dla $\alpha=45^o$
sin2α ma w przedziale $\alpha\in(0,90)$
ma 2 razy tą samą wartość dla kąta
2α oraz 90-2α
Zasięg rzutu jest taki sam dla 2 różnych katów wystrzału

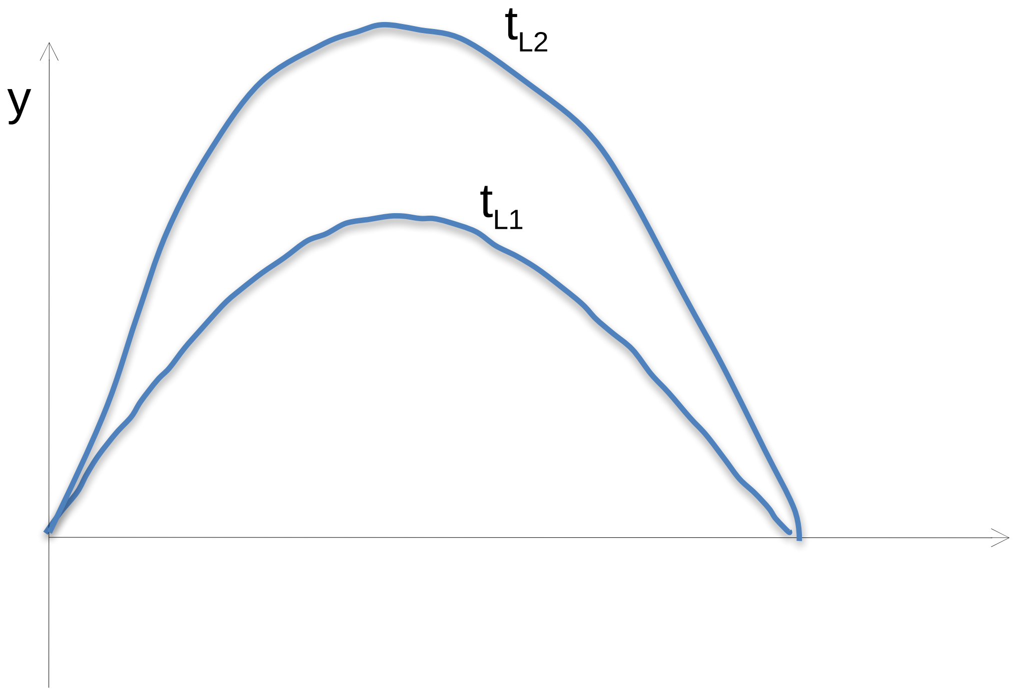


Zasięg w rzucie ukośnym

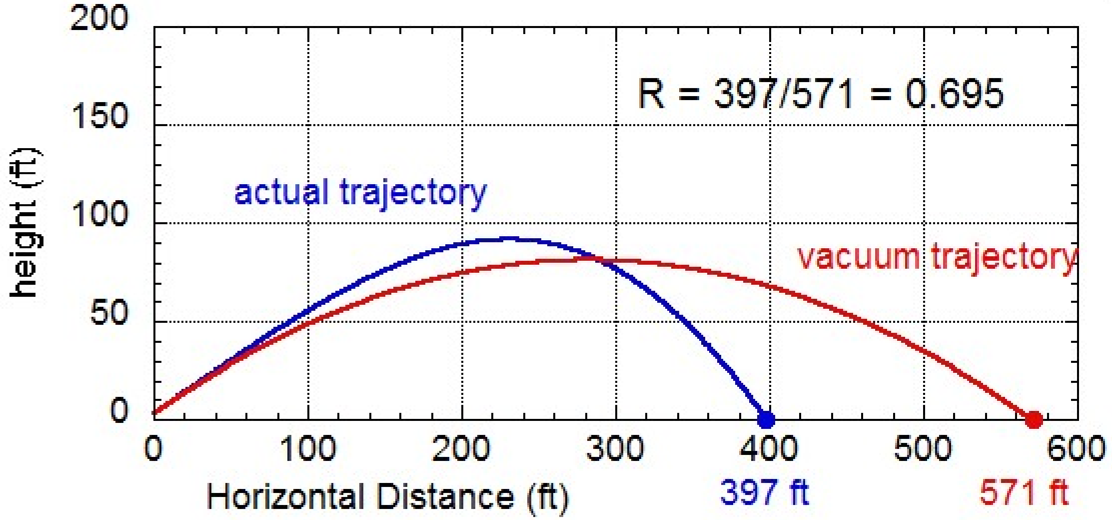


$$t_L = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

Mimo, że zasięg rzutu dla dwu różnych ale odpowiednich kątów jest taki sam, to czas lotu dla kąta większego jest większy od czasu lotu dla kąta mniejszego

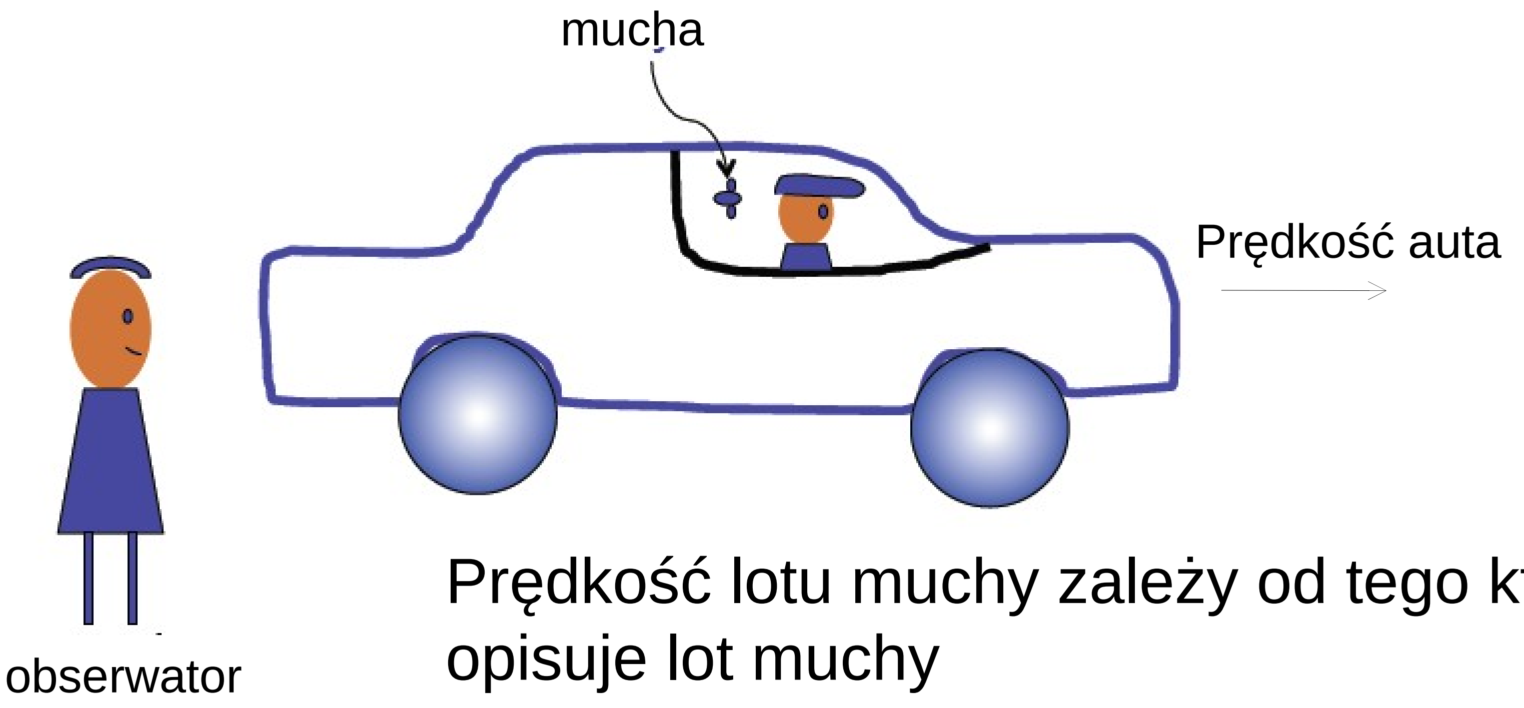


Opór powietrza



Względność ruchu

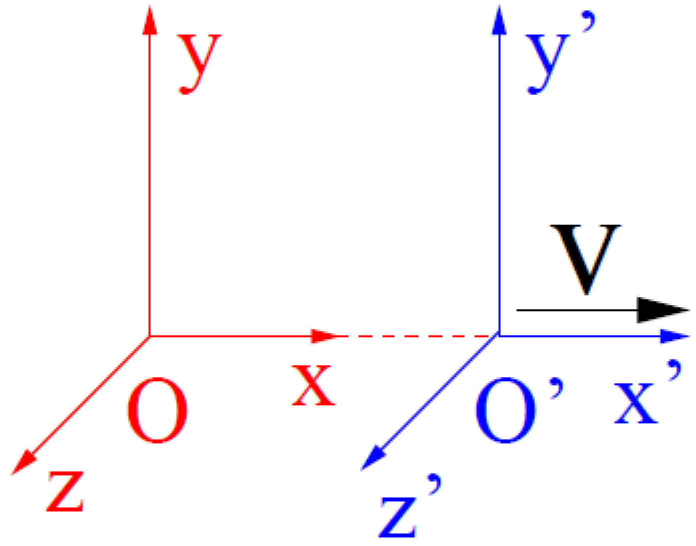
Względność ruchu – każdy ruch mechaniczny jest względny, bo polega na wzajemnym przemieszczaniu się ciał; charakter ruchu ciała jest różny w zależności od układu odniesienia.



Prędkość lotu muchy zależy od tego kto opisuje lot muchy

Transformacja Galileusza

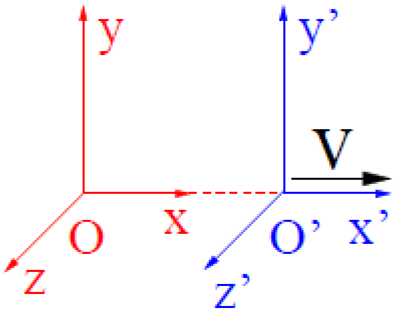
Rozważmy dwa układy odniesienia związane z obserwatorami O i O’ poruszające się względem siebie ruchem jednostajnym, prostoliniowym.
Przyjmijmy, że osie układów są równoległe i ruch względny zachodzi w kierunku osi X.
W chwili t = t’ = 0 początki układów pokrywały się.



Obserwując ten sam ruch obserwatorzy mierzą inną zależność położenia od czasu.
Jeśli wiemy jak obserwatorzy poruszają się względem siebie, znamy **V** ,
powinniśmy móc wyznaczyć transformacje: $(x, y, z) \Leftrightarrow (x', y', z')$

Transformacja Galileusza

Transformacja współrzędnych przestrzennych



Transformacja Galileusza $\Rightarrow \begin{cases} x = x' + V \cdot t \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$

Transformacja Galileusza prowadzi do wzoru na składanie prędko´sci:

$$v = v' + V$$

V- Prędkość względna, prędkość układu primowanego względem układu nieprimowanego

Uniwersalność czasu

Czas nie zależy od układu odniesienia: $t = t'$

Jest to podstawowe założenie w fizyce klasycznej (Newtonowskiej).

Dziękuję.